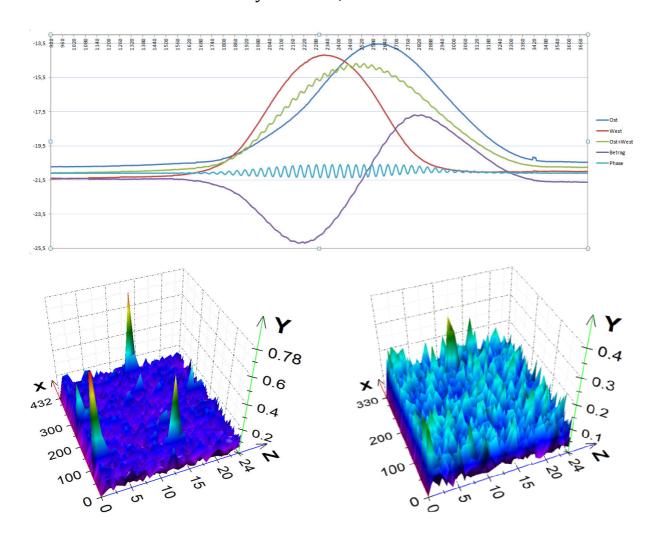


Astrophysikalische Beobachtungen mit einem selbstgebauten Radiointerferometer



Evgeny Ulanov und Noah Schneiders

St. Michael-Gymnasium, Bad Münstereifel



Inhaltsverzeichnis

1.	Kurzfassung	2
2.		
3.		
4.		
5.		
	5.1 Die Elektronik	
	5.2 Theoretische Vorbereitung	8
	5.3 Erste Messungen	
	5.3 Messung mit der Sonne	
6.		
	6.1 Berechnung des großen Interferometers	
7.		
	7.1 Messung mit der Sonne	
	7.3 Messungen mit Orion A	13
8.		
	8.1 Schnelle Fourier-Transformation am Beispiel von Orion A	14
	8.2 Weitere Ergebnisse unseres Inteferometers	
9.	Ausblick	18
10). Danksagung	18
11		

1. Kurzfassung

Schüler unserer Schule haben im letzten Jahr versucht, ein Radiointerferometer mit zwei Satellitenschüsseln zu bauen um eine besonders hohe Auflösung zu erreichen. Es ist ihnen jedoch nicht gelungen entsprechende Interferenzen aufzuzeichnen, da die Oszillatoren in den beiden LNBs (Rauscharmer Signalumsetzer) nicht synchron waren.

In unserer Arbeit haben wir die beiden Oszillatoren durch einen einzelnen ersetzt. Wir haben unseren Lösungsansatz erst bei einem kleineren Modellinterferometer ausprobiert, um eventuelle Fehler in einem kleineren Versuch zu entdecken und auszumerzen. Damit haben wir erfolgreich eine Sonnenmessung durchgeführt. Folgend haben wir die dann bereits erfolgreiche Technik auf ein größeres, vollfunktionsfähiges Radiointerferometer bestehend aus zwei 1,25 m-Spiegeln und einer Basislänge von 10 m angewandt. Mit diesem haben wir bereits eine Reihe von Messungen durchgeführt, darunter an Radioquellen wie Sonne, Mond und Orion A.

Um auch bei sehr schwachen Quellen eine Ortsbestimmung durchführen zu können, haben wir die Phasenverschiebung zwischen den beiden ankommenden Signalen aufgezeichnet und mit Hilfe einer Fourieranalyse, Objekte nachgewiesen, bei denen die Signale zu schwach waren um in einem Diagramm ein Interferenzmuster zu erzeugen.

Unser Interferometer kann nach dem Wettbewerb Amateuren und interessierten Physikkursen zur Verfügung stehen, da es auf eine lange Betriebsdauer angelegt ist.

2. Zielsetzung

Unser Ziel war ein funktionsfähiges Radiointerferometer zu bauen um damit eigene Messungen zu machen. Da an unserer Schule großes astronomisches Interesse besteht, gingen wir davon aus, dass dies eine einzigartige Gelegenheit wäre, Oberstufenkursen sowie Klassen der Mittelstufe, nicht nur theoretische, sondern auch praktische Möglichkeiten zu geben, astronomische Messungen durchzuführen und somit ihr Verständnis zu vertiefen. Wir erhofften uns, dass die Praxis vielleicht auch weniger interessierten Schülern die Freude an Astronomie näherbringt. Gleichzeitig, wollten wir mit unserer Arbeit zeigen, dass für Nicht-Professionelle, sogar Schüler, möglich ist ein brauchbares Radiointerferometer zu bauen. All dies setzt natürlich voraus, dass die Kosten in einem überschaubaren Rahmen bleiben, da uns nur 350 Euro zur Verfügung standen. Deshalb konzentrierten wir uns auf kostengünstige Komponenten, erhältlich in jedem normalen Fachhandel für SAT-Technik.

3. Allgemeines zur Radiointerferometrie

Um auch weit entfernte Objekte im Universum erkennen zu können, muss größtmögliche Empfindlichkeit und Auflösungsvermögen erreicht werden. Immer größere Spiegel wurden dazu gebaut, jedoch ist für bewegliche Spiegel bei 100 Metern eine Grenze erreicht. Dies sieht man unter anderen bei dem Radioteleskop Effelsberg, bei dem es äußerst schwer ist den Spiegel zu bewegen ohne ihn zu verformen.

Martin Ryle war in der Radiointerferometrie der erste, der 1947 mehrere Antennen verwendet hat, um eine Auflösung zu erreichen, die den damals größten Spiegeln bereits sehr nahe kam. Entdeckungen mit seinem Interferometer brachten ihm den ersten Nobelpreis für Astronomische Forschung ein.

Die Winkelauflösung α bei einer halben Leistung von 3dB, die erreicht wird, ist abhängig von der Wellenlänge λ und dem Durchmesser D des Spiegels: [2]

$$\alpha_{3dB} \approx 57,296^{\circ} \cdot \frac{\lambda}{D}$$
 (Grad)

Ryles Antennenanlage bestand aus mehreren Antennen, die zusammengeschaltet, einen Empfängerdurchmesser D äquivalent der Basislänge L ergeben; gezeigt in Abb. 3.1 am Beispiel eines Zwei-Antennen-Interferometers.[3]

Wenn nun ein zweigliedriges Interferometer wie das in Abb. 3.2, orthogonal zu seiner Basis ausgerichtet, eine ferne Quelle anpeilt, kann man aufgrund der Ausdehnung der Wellen im Raum von einer parallelen, zeitgleichen Erfassung dieser ausgehen (a). Wegen der Erdrotation werden sich Basis und Quelle relativ zueinander bewegen. Deshalb werden dann die Wellen das Interferometer zeitversetzt

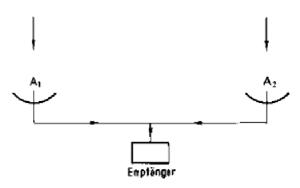


Abb. 3.1 Schematischer Aufbau eines Radiointerferometers [1]

erreichen, was sobald eine halbe Wellenlänge Wegunterschied $\frac{\lambda}{2}$ erreicht ist (b), zur Auslöschung der Signale führt. Die Wellen sind außer Phase und bilden sogenannte destruktive Interferenzen, in einem Graphen, wie der in Abb. 3.3 dargestellt, als ein Minimum.

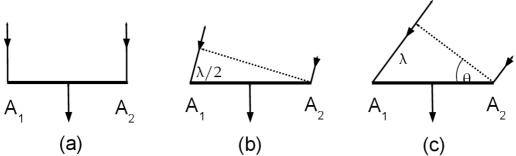


Abb. 3.2 (a) Interferometer orthogonal zur Baseline, gleiche Wegstrecke, in Phase, (b) Wegstrecken unterscheiden sich um eine halbe Wegstrecke, nicht in Phase und (c) Wegstrecken unterscheiden sich um eine ganze Wegstrecke, in Phase. [1] (Diese Darstellung ist für unsere Arbeit stark übertrieben, da die Wellenlänge, die wir messen nur 2,8 cm beträgt)

Quelle und Empfänger bewegen sich jedoch relativ zueinander weiter, weshalb nach einiger Zeit der Wegunterschied wieder einer ganzen Wellenlänge entspricht (c). Nun ergibt sich eine konstruktive Interferenz und damit ein Maximum des Graphen. Die Wellen sind in Phase.

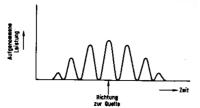


Abb. 3.3 Punktquelle von links nach rechts durch die Empfangskeule eines Interferometers wandernd. Es bilden sich sieben Finger. ^[1]

Dieser Prozess wiederholt sich und wird durch den Richtwinkel der Einzelantennen begrenzt. Dies kann man sehr gut in dem Graphen in Abb. 3.3 erkennen, in dem eine Punktquelle von links nach rechts durch die Empfangskeule eines Interferometers wandert und ein solches Interferenzmuster abbildet. Es besteht aus den Interferenzen (auch Finger genannt) der eben beschriebenen $\frac{\lambda}{2}$ - und λ -Phasen. Abb. 3.4 zeigt die Richtkeule des Strahlungsdiagramms eines einzelnen Parabolspiegels und denen eines Interferometers (s. Abb. 3.4). Letzteres hat, in dem Beispiel sieben, als Finger bezeichnete Keulen; die Einzelantenne hat nur eine. Dadurch offenbart sich der Weg der Quelle genauer als bei dem Peak des Einzelspiegels. Man sieht detailliert

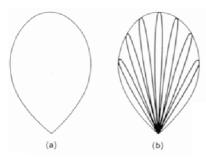


Abb. 3.4 Empfangskeule (a) einer Einzelantenne und (b) eines Interferometers. [1]

den Zeitpunkt des zentralen Maximums an dem sich die Quelle im rechten Winkel zum Interferometer befindet.

Die Spiegeldurchmesser der Einzelantennen eines Interferometers bleiben jedoch nicht ganz unwichtig. Für bestmögliche Aufnahmen strebt man nach größerer Basislänge, sowie nach mehr und größeren Spiegeln. Das liegt daran, dass man durch die größere Basislänge eine größere Anzahl Finger erhält, mit größerem Durchmesser der Einzelantennen lässt sich jedoch die Empfindlichkeit sowie die Winkelauflösung erhöhen, das heißt man kann genauer eine Quelle anpeilen.

4. Problemstellung

Im letzten Jahr haben zwei Schüler unserer Schule bereits versucht ein funktionierendes Radiointerferometer zu bauen, jedoch ohne befriedigenden Erfolg. Ebenso führten auch andere Aufbauten, die im Internet präsentiert wurden, nicht zum gewünschten Ergebnis. Allen ist die Gleichschaltung der Oszillatoren nicht gelungen, darum wurden nur Frequenzschwankungen gemessen.

Deren Problem mussten wir vorerst lösen, um erfolgreich zu sein. Wir dachten über eine Lösung des Problems nach und kamen auf folgende Idee:

Die zwei Oszillatoren in den LNBs sollten durch einen externen ersetzt werden, damit die Frequenzen gleich sind. Eine konstante Phasenbeziehung an allen Empfangsorten ist notwendig, also müssen Frequenz und Zeitraster stabil sein. Dies klingt zwar einfach, ist aber schwierig zu realisieren, da hohe Frequenzen sich nicht durch längere Kabel übertagen lassen. Es braucht eine Alternative, dafür mussten wir uns intensiv mit der Elektronik eines LNBs auseinandersetzen.

Wir beschlossen die LNBs unter Anleitung unseres Betreuers, Herrn Thum, umzurüsten. Wir erfuhren, dass der 25 MHz Quarz Oszillator im LNB ausgebaut werden muss. Die Frequenz von 25 MHz würde dann extern zugeführt und in eine sogenannte Phase Lock Loop (PLL) Schaltung eingespeist, die aus den 25MHz die hohen Frequenzen 9,75GHz erzeugt.

5. Das Modell Radiointerferometer

5.1 Die Elektronik

Um unsere Idee umsetzen zu können, haben wir folgenden Schaltplan für unseren Versuch verwendet, der in Abb. 5.1.1 dargestellt ist.

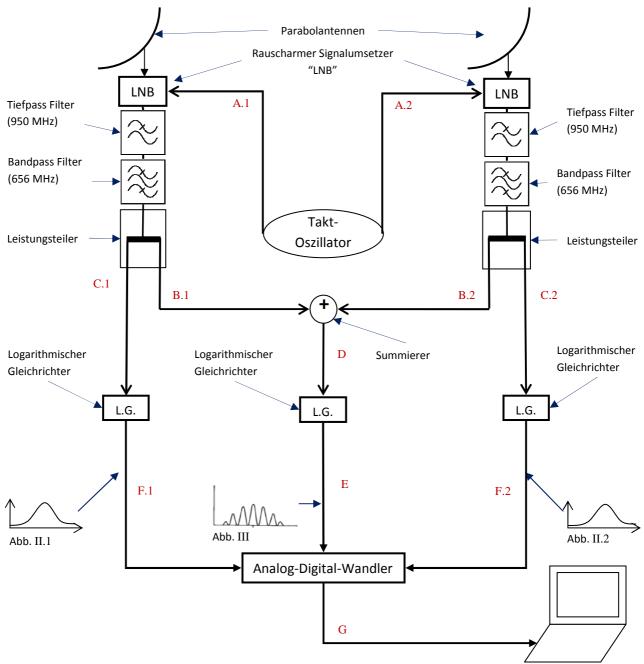


Abb. 5.1.1 Der allgemeine Schaltplan der Elektronik unseres Interferometers. Die Graphen zeigen jeweils vereinfacht, welches Signal an den angedeuteten Punkten gemessen werden kann.

Im Schaltplan ist zu sehen, dass die LNBs einen Eingang A haben, sowie einen Ausgang, dessen Signal zuerst durch zwei Filter und dann zum Leistungsteiler oder einen so genannten Powersplitter verläuft. Die Filter sind zum einen ein Tiefpass (950 -2200 MHz), mit dem man eine Übersteuerung durch die starken Satellitensignale vermeidet. Gleichzeitig lässt der zweite Filter, ein Bandpass, nur die Frequenz 656 MHz durch. Nur mit dem Bandpass ist Interferometrie überhaupt möglich, da die Phasen einer Frequenz sein müssen um verglichen werden zu können, bzw. die Spannungen vergleichbar sind. Dies würde mit breitbandigen Rauschen nicht funktionieren. Durch den Anschluss A werden die Signale des Takt-Oszillators in die LNBs eingespeist. Den Takt-Oszillator mussten wir zuerst bauen. Er ist in Abb. 5.1.2 dargestellt.



Abb. 5.1.2 Links: Hier ist der Takt-Oszillator zu sehen. Das silber-weiße Rechteck oben mittig ist der 25 MHz Quarz-Oszillator, dessen Taktung an die LNBs weitergegeben wird. Die komplette Einheit dient auch als Stromversorgung für die LNBs.

Hiernach mussten wir die beiden LNBs modifizieren, um die Taktung von extern einspeisen zu können. Dazu schraubten wir sie auf und entfernten die verbauten Takt-Oszillatoren. An deren Stelle lötteten wir jeweils eine Verbindung zu unserem zentralen Takt-Oszillator an. Der Übersichtsplan dazu ist in Abb. 5.1.4 dargestellt.



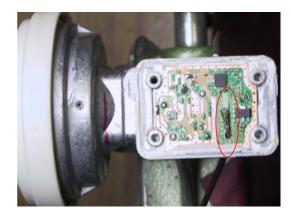


Abb. 5.1.3 Abgebildet links und rechts ist aufgeschraubt ein unserer LNBs. Links zu sehen ist, rundlich Silber, der ursprünglich eingebaute Quarz-Oszillator (25 MHz). Rechts wurde der Quarz entfernt und eine Verbindung zu unserem Takt-Oszillator angelötet (rot).

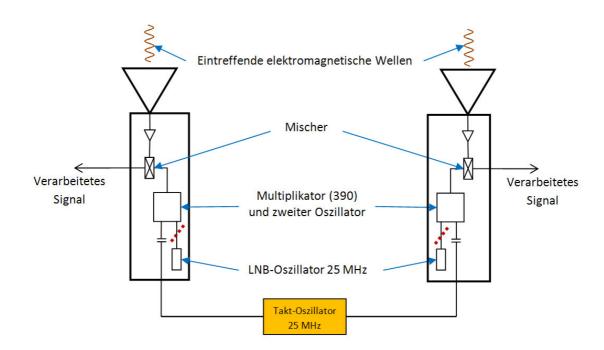


Abb. 5.1.4 Hier sind die zwei modifizierten LNBs dargestellt. Die Verbindung der eingebauten Quarze wurde getrennt und mit einem Koaxialkabel wird unser Takt-Oszillator mit dem Oszillator vom LNB verbunden.

Als weitergeleitetes Signal kommt durch den Mischer nur die Differenzfrequenz zwischen empfangene Frequenz und 9,75 GHz. Diese Frequenz kommt durch eine Multiplikation von 390 der Takt-Frequenz zu Stande (vgl. Abb. 5.1.4): $25MHz \cdot 390 = 9750Hz$. 9,75 GHz ist die Frequenz mit der der zweite Oszillator im LNB schwingt. Viel wichtiger ist allerdings die Frequenz des Takt-Oszillators, da dieser für den zweiten einen Takt vorgibt.

Ausgang C in Abb. 5.1.1 leitet das Signal des jeweiligen LNBs an den logarithmischen Gleichrichter weiter, sodass das Signal so aussieht wie in Abb. 5.1.1 Teilbild II.1 und II.2 dargestellt. Das eigentliche Interferenzmuster bekommt man allerdings so noch nicht, denn dazu dienen die Verbindungen B.1 und B.2. Sie führen das Signal zum Summierer, der die Signale addiert¹. Hier spielt die Phasenverschiebungen der Signale eine bedeutende Rolle, da sie je nach Verschiebung zeitlich unterschiedlich ankommen, sodass ein Interferenzmuster erst erkennbar wird. Dieses addierte Signal wird auch auf einen logarithmischen Gleichrichter gegeben. Das Ergebnis sieht man in Abb. 5.1.1 Teilbild III; es ist ein typisches Interferenzmuster zu erkennen. Alle drei gleichgerichteten und logarithmierten Signale werden in einem Analog-zu-Digital-Wandler digitalisiert, sodass sie mit einem Programm auf dem Computer als Graphen dargestellt werden können.

Natürlich ist es in der Praxis kompliziert den Schaltplan technisch umzusetzen. Als erstes nahmen wir uns vor, nur preiswertes, im Fachhandel erhältliches Zubehör für die Fernsehübertragung zu nutzen. Als Verbindungen dienten uns einfache Analog-Fernsehkabel. Die restlichen Komponeten bestanden aus dem Zubehör für den privaten Satellitenempfang. Folgend, setzten wir die Elektronik Elemente zusammen, wie in Abb. 5.1.5 zu sehen ist.

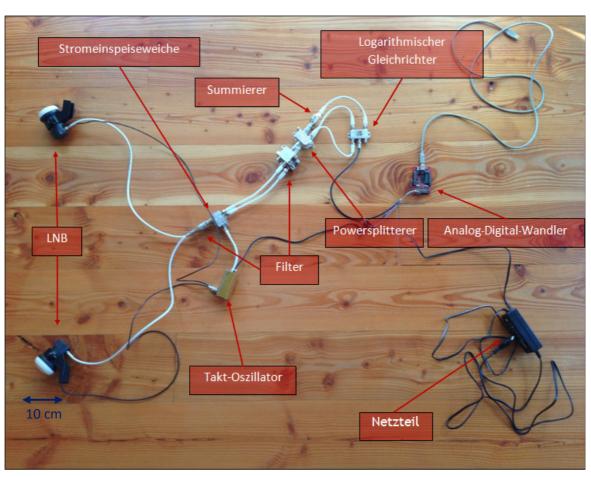


Abb. 5.1.5 Unsere Elektronik für das Kleine-Radiointerferometer

¹Um den Lesefluss nicht zu beinträchtigen, wird folgend das Signal von dieser Verbindung als "Ost+West" bezeichnet. Zu beachten ist, dass dieses Signal durch elektronische Summierung der Signale von beiden Empfängern zu Stande kommt. (s. Kapitel 5.1 und Kapitel 3 für Voraussetzungen der Interferometrie)

Die Kosten des ganzen Interferometers sind sehr gering, da wir nur simple, aber ihren Zweck erfüllende Bauteile benutzt haben, die man im Fachhandel für SAT-Zubehör erhält. Alles zusammengerechnet, hat das Radiointerferometer 174 € gekostet, wobei der Analog-Digital-Wandler über zwei drittel der Kosten einnimmt.

Theoretische Vorbereitung

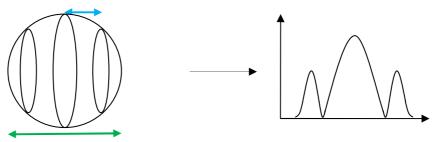
Nachdem die Elektronik zusammengebaut war und wir auch zwei 35 cm Satellitenspiegel auf eine Stange im Abstand von 1,1m² montiert hatten, mussten wir uns überlegen, welche Eigenschaften unser kleines Interferometer haben wird. Da der Mischer immer die Frequenz von 9,75 GHz von der eintreffenden abzieht und unser Bandpass danach nur eine Frequenz von 656 MHz durchlässt, kann man auf die tatsächlich gemessene Frequenz umrechnen: f = 9750MHz + 656MHz = 10406 MHz. Die Frequenz die wir mit unserem Interferometer messen, entspricht also 10,406 GHz. Nach der Formel $\lambda = \frac{c}{f}$ (λ = Wellenlänge; c = Lichtgeschwindigkeit; f = Frequenz) ergibt sich $\lambda \approx 3cm$.

Wir können ferner ausrechnen, welche Winkelauflösung und wieviele Finger in unserem Interferometeraufzeichnungen zu sehen sein werden. Nach der Formel: $\alpha_{3dB} \approx 57,296^{\circ} \cdot \frac{\lambda}{D}$ gilt für unser kleines Interferometer:

Die Winkelauflösung der Antennen: $\alpha_A \approx 57,296^{\circ} \cdot \frac{0.03m}{0.35m} \approx 4,91^{\circ}$ Die Winkelauflösung eines Fingers: $\alpha_I \approx 57,296^{\circ} \cdot \frac{0.03m}{1.1m} \approx 1,56^{\circ}$

 $1cm \triangleq 1.5^{\circ}$ Skizze:

Breite einer Keule/eines Fingers: 1,56°



Halbwertsbreite einer Antenne: 4,91°

Abb. 5.3.1 Links: Auflösung unseres Interferometers mit eingezeichneten Fingern Rechts: die zu erwartende Fingerstruktur. In der Praxis werden die Finger Rechts und Links nicht abrupt abgeschnitten, da der Antennenkreis den Leistungsabfall von 3dB oder 50% markiert. Die Finger haben außerhalb des Kreises dann noch 40% bis 30% der Empfangsleistung.

Wie man in Abb. 5.3.1 sehen kann, muss es bei einer Messung insgesamt mindestens drei Finger geben. Aus den Winkeln kann man auch leicht die benötigte Zeit zum Messen ausrechnen. Die Erde dreht sich 360° in 24 Stunden. Daraus folgt:

$$360^{\circ} \triangleq 24 \ h \rightarrow 1^{\circ} \triangleq 4 \ min$$

Will man die Messzeit unseres Interferometers bei einem Empfangswinkel von 4,91° ausrechnen, gilt folgende Rechnung:

$$4,91^{\circ} \cdot 4 \min \approx 19,64 \min$$

Die Messzeit für ein Objekt beträgt also für unser Interferometer 19,64 min. Die reale Messzeit liegt natürlich höher, da auch schon Wellen registriert werden, während sich das Objekt noch nicht ganz im Messbereich befindet.

²Bei unseren ersten Messungen benutzten wir nur 70cm Abstand zwischen beiden Schüsseln. Es ist zwar theoretisch möglich bei diesem Abstand Interferometrie zu betreiben, lieferte uns jedoch nicht optimale Ergebnisse beim Sonnendurchgang. Wir stiegen fortan auf 1,1m Basislänge um, die wie in 5.3 beschrieben, erfolgreicher war.

5.3 Erste Messungen

Nun waren wir gespannt auf die Ergebnisse die das kleine Interferometer in einem ersten Praxistest liefern würde. Wir wollten nicht direkt zu Beginn ein extraterrestrisches Objekt vermessen, um eventuellen Fehlern leichter auf die Spur kommen zu können. Als erstes machten wir daher eine sogenannte Kalt-Warm Messung. Hier richtet man die LNBs einmal auf den freien Himmel und das andere mal auf den Erdboden. Der Unterschied betrug ungefähr 2 bis 3 Dezibel (dB)³. Mit diesem Versuch wurde uns gezeigt, dass die Elektronik funktioniert.

Dabei fiel uns ein anderes Signal auf als das Interferometer kurzeitig auf das Nachbarhaus gerichtet war. Wir überprüften unsere Entdeckung und erhielten ein Ausschlag in unseren Aufzeichnungen als wir die Satellitenschüssel des Nachbarn im Visier hatten. Es erschien uns äußerst merkwürdig, da Empfangsschüsseln Signale empfangen und nicht senden sollten. Die einzige Komponente, die als mögliche Strahlungsquelle in Betracht kam, war also der LNB. Recherchen und eine kurze Rücksprache mit unseren Betreuern ergab, dass dies aufgrund schlecht verarbeiteter Materialien in LNBs durchaus möglich ist. Hoffnungen auf eine eigene Quelle veranlassten uns in der Schule nach nicht verwendeten LNBs zu schauen und diese auf ihre Sendeleistung zu überprüfen. Zu unserer großen Freude stellte sich eines als relativ starker Sender heraus, welches wir fortan benutzen konnten.

Das von uns verwendete Sende-LNB sendet auf einer gleichbleibenden Frequenz von 10,6 GHz, deshalb konnten wir den Bandpass für die Versuche herausnehmen. Das Signal vom Sende-LNB ist um ein vielfaches höher als das Rauschen vom Empfänger



Abb. 5.2.1 Aufbau unseres Interferometers

Das Ergebnis wurde erst befriedigend, nachdem wir den Sende-LNB zur Abschirmung in ein Metallgehäuse platzierten, und so nur durch eine Öffnung Sendeenergie abgestrahlt wurde. Das minimierte die störenden Reflektionen an den Wänden. Wir stellten uns hinter die Schüsseln und bewegten Stange auf der die Spiegel montiert waren, von einer Seite zur anderen. Bei diesem Versuch konnten wir auch die Fingerstruktur erkennen.

5.3 Messung mit der Sonne

Als nächstes wollten wir ein kosmisches Objekt untersuchen. In Betracht kamen hier als erstes die stärkste Radioquelle in unserem Sonnensystem: die Sonne. Die von der Sonne ausgestrahlte auf der Erde messbare spektrale Flussdichte beträgt 3'000'000 Jansky (Jy)⁴. Sie sollte also für unser Interferometer gut nachweisbar sein.

³ Das Dezibel dient zur Kennzeichnung des dekadischen Logarithmus des Verhältnisses zweier Leistungs- bzw. Energiegrößen P₁ und P₂ multipliziert mit 10.

⁴ Das Jansky (Jy) ist eine in der Radioastronomie gebräuchliche nicht-SI-Einheit für die spektrale Flussdichte, d.h. für die von einer Quelle beim Beobachter eintreffende Energie pro Zeit, pro Fläche und pro Frequenzintervall [5]. Es ist definiert als: $1 \int ansky \left[Jy \right] = 10^{-26} \cdot \frac{W}{Hz \cdot m^2}$

Die Bahnform der Sonne ist gewölbt, sodass wir eine parallaktische Montierung benötigten, die es erlaubt durch Einstellen der Rektaszensionsachse Himmelsobjekten ihrer natürlichen Bahn nachzufahren. Diese fanden wir in unserer Schule. Als nächstes peilten wir die Sonne mit unserem Interferometer an und fuhren ein Stück vor die Sonne, sodass einige Zeit später die Sonne durch den Messbereich ging. Das Ergebnis ist in Abb. 5.3.1 abgbildet.

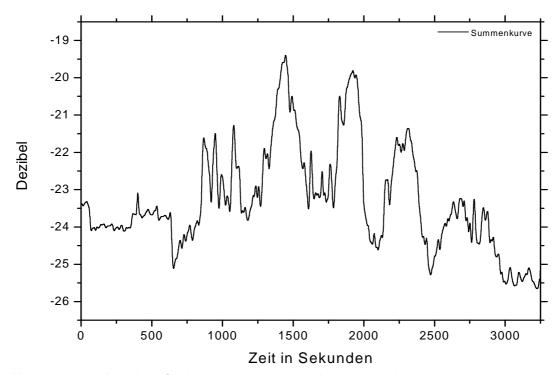


Abb. 5.3.1 Dargestellt ist die Aufzeichnung der Fingerstruktur des Sonnendurchgangs vom 06.02.14. Die Y-Achse stellt dB Werte und die X-Achse Messzeit in Sekunden dar.

In der Abbildung ist das elektronisch erzeugte Summensignal von beiden Empfängern dargestellt. Die erwartete Fingerstruktur fällt direkt auf. Man kann klare Finger um 1500s, 1900s und 2300s erkennen. Weniger eindeutig, aber dennoch sichtbar sind die restlichen drei und zwar bei 500s, 1000s und 2700s. Die Uneindeutigkeit bzw. das Rauschen liegt vor allem an den starken Windbedingungen, die in der Schule herrschten, als wir die Messung durchgeführt haben. Trotzdem war diese Messung ein Erfolg, da wir anhand von ihr eine eindeutige Richtungsbestimmung der Sonne vornehmen konnten, da wir wissen, wann die Messung angefangen hat und den Standpunkt unseres Interferometers kennen. Die Messung zeigt, dass das absolute Maximum der Leistung der Sonne nach 1458s erreicht ist. In diesem Zeitpunkt der Empfang der Strahlung am stärksten.

Man fragt sich allerdings wieso bis zu sechs Finger zu sehen sind, obwohl wir in der Theorie nur knapp über drei erwartet hatten. Dies liegt zum einen daran, dass die Sonne eine große Scheibe von 0,5° scheinbarer Größe ist, sodass aus unseren 4,91°, der eigentlich reelle Einfallswinkel ungefähr 5,9° wird. Daraus resultieren aufgerundet vier Finger, die wir von 800s bis 2500s sehen können. Die schwächeren zwei Finger außerhalb dieses Bereichs sind anwesend, da die Sonne ein solch starker Strahler ist, dass auch außerhalb des Winkels der halben Leistung genügend Mikrowellen registriert werden um sichtbare Finger zu bilden.

Zusammenfassend war diese Messung ein eindeutiger Erfolg, da man die Finger, wie in der Theorie, klar erkennen konnte. Es diente auch als endgültiger Nachweis, dass unsere Idee und der Lösungsansatz funktionierten.

Natürlich war es, wie so oft, nicht leicht zu diesen Ergebnissen zu gelangen. Wir haben einige Anlaufversuche benötigt um das Inteferometer und vor allem dessen Elektronik so zu optimieren, bis es in dem Zustand war, dass die Ergebnisse reproduzierbar wurden. Zufriedenstellend wie diese Erfolge auch waren, überlegten wir nun, ob man das System erweitern könnte, um noch bessere Resultate zu bekommen bzw. schwächere Objekte messen zu können. Daraufhin entschloßen wir uns ein großes Interferometer, das den professionellen näherkommt, zu bauen.

6. Das große Interferometer

Es gibt zahlreiche Vorteile eines größeren Radiointerferometers. Die Spiegelgröße ist mit der Anzahl an Spiegeln, entscheidend für die Auflösung der Interferenzstrukturen. Das heißt durch größere Spiegel wird mehr Energie eingefangen. Zusätzlich erhöht der größere Abstand die Winkelauflösung, sodass noch kleinere bzw. weiter entfernte Objekte gemessen werden können.

Die Elektronik übernahmen wir von unserem kleinen Interferometer. Zusätzlich kauften wir zwei 1,25m Spiegel. Wir entschieden uns für den Standort am Astropeiler auf dem Stockert in der Nähe von Eschweiler bei Euskirchen. Dort ist ein Stützpunkt für viele Amateurastronomen. Auf dem Dach des Sonnenhauses sollte unser Interferometer aufgebaut werden. Im Abstand von 10,38m montierten wir die Spiegel westlich und östlich. Die Ost-West Aufstellung ist die beste, da durch die Erddrehung die Sendeobjekte sich an der Antenne vorbeibewegen. Die Spiegel richteten wir in Südrichtung aus. Dafür peilten wir den Satelliten Eutelsat7 an, der ca. 6,9° östlich liegt. Die Position vom Astropeier ist 6,7° östliche Länge. Somit konnten wir unsere Spiegel mit einem kleinen Fehler von 0,2° genau auf die Südrichtung kalibrieren. Aufgrund der Tatsache, dass wir für den Aufbau nur einfache, im Fachhandel für den privaten Satellitenempfang leicht erhältliche Komponenten benutzt haben, hat uns das große Radiointerferometer samt Technik nur 386 € gekostet.

6.1 Berechnung des großen Interferometers

Für unser großes Interferometer kann man jetzt die gleiche Rechnung wie in Kapitel 5.2 anwenden.

Halbwertsbreite einer Antenne: $\alpha_A \approx 57,296^{\circ} \cdot \frac{0.03m}{1.25m} \approx 1,38^{\circ}$

Halbwertsbreite eines Fingers: $\alpha_I \approx 57,296^{\circ} \cdot \frac{0.03m}{10.38m} \approx 0.17^{\circ}$

Daraus ergibt sich $\frac{1,38^{\circ}}{0,17^{\circ}} \approx 8.1$ Finger, die bei einer Messung zu erwarten sind. Das ist deutlich mehr als bei

unserem kleinen Interferometer. Bestimmt durch den Standort und die Mechanik unseres Interferometers sind nur Objekte, die im galaktischen Winkel von -30° bis +45° liegen zu empfangen. In diesem Winkelbereich haben die Fingerstrukturen alle ein ähnliches Aussehen bei fast gleicher Frequenz.



Abb. 6.1 Das fertig montierte große Radiointerferometer. Zusehen sind die Ost und West Schüsseln außen.

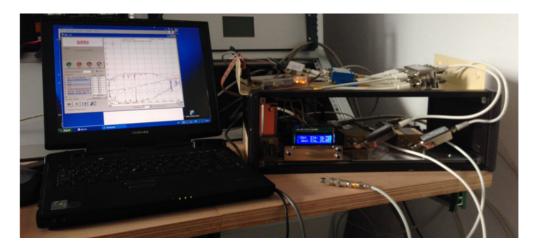


Abb. 6.2 Messungen mit der von uns gebauten Elektronik in dem Sonnenhaus.

7. Messergebnisse

7.1 Messung mit der Sonne

Unsere erste Messung mit dem großen Interferometer war an der Sonne. In Abb. 7.1.1 ist das Ergebnis unserer Messung dargestellt.

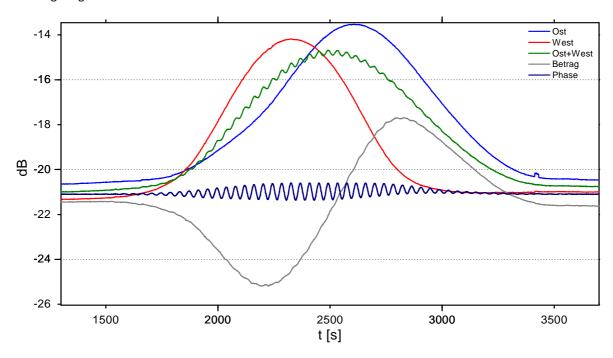


Abb. 7.1.1 Sonnenmessung des großen Interferometers am 26.12.13. Die X-Achse steht für die Zeit seit Beginn der Messung in Sekunden. Die Y-Achse gibt das Leistungsverhältnis in dB an. Dunkelblau ist die Aufzeichnung des östlichen Empfängers, rot die des westlichen. Grün stellt Ost+West dar, violett den Betrag und türkis die Phase. Zu bemerken ist ferner, dass die Kurven weder mathematisch geglättet noch anders bearbeitet wurden.

Es sind wieder die vorherigen Aufzeichnungen von Ost und West, sowie Ost+West vorhanden. Da wir ein Objekt nur alle 24 Stunden messen können, erschien es uns sinnvoll so viele Daten wie möglich bei einer Messung zu sammeln, daher die zwei zusätzlichen Kurven. Die Betragskurve ist Ost minus West.

Die türkise Kurve stellt die zweite zentrale Idee unserer Arbeit dar, wie man im Laufe der Arbeit sehen wird. Sie gibt die Phasenverschiebung der Signale der einzelnen Empfänger an, welche nachdem sie gleichgerichtet und logarithmiert wurden, mit Hilfe eines Phasendetektors analysiert werden. Dieser Phasendetektor gibt in Abghängigkeit von der Verschiebung eine Spannung aus, die wir dann messen und darstellen. Wenn also beim Messen eines Objekts Interferenzen auftretten, ändert sich auch dem entsprechend die Phase. Schwingungen werden sichtbar.

Doch warum steigt die Ost+West Kurve Schrittweise an, weist jedoch nur Zacken, aber keine "Finger" auf? Für die Finger des Interferometers gilt wie in Kapitel 6 berechnet, 0,15°. Der scheinbare Durchmesser der Sonne beträgt 32 Bogenminuten oder ca. 0,51°. Man sieht, dass unser großes Interferometer für die nahe Sonne eine zu hohe Auflösung besitzt, um die einzelnen Finger vollständig darzustellen. Stattdessen geht immer ein Finger in den nächsten über, bevor er die Nulllinie erreichen kann, sodass nur Zacken-Strukturen entstehen.

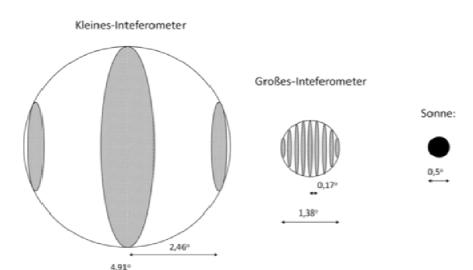


Abb. 7.1.2 Vergleich der Messbereiche unserer Interferometer mit der Sonne. Man sieht, dass wenn die Sonne im Messbereich des großen interferometers ist, überdeckt sie gleichzeitig mehrere Finger, sodass sie nie den Wert Null erreicht (weißer Bereich) ist. Beim kleinen Interferometer ist zwischen den Fingern genug Platz.

Auch nach diesem Ergebnis kann man eine Richtungsbestimmungbestimmung der Sonne vornehmen, da wir den Standort unseres Interferometers kennen und wissen nach welcher Zeit das absolute Maximum in der Ost+West Kurve erreicht wird. Zusätzlich zur Ost+West Kurve, kann man auch an der Phasenkurve sehen, dass die Messung erfolgreich war. Der gewünschte Interferometrieeffekt ist eingetreten, da man in der Phasenkurve eine deutliche Schwingung erkennt. Idealerweise muss diese, da sie stark mit der Ost-West Kurve korreliert ist, genauso viele Maxima haben wie Finger, oder hier Zacken, sichtbar sind. In der Abbildung sieht man, dass das der Fall ist. Diese Linie dient also als zusätzlicher Nachweis, dass die Messung geglückt ist. Mit dem Ergebnis unserer ersten Messung sind wir zufrieden, da man den Interferometrieeffekt, sowohl in der Ost+West als auch in dem Phasen-Diagramm, deutlich erkennen kann. Es ist somit ein Beweis dafür, dass unser großes selbstgebautes Radiointerferometer funktioniert.

7.3 Messungen mit Orion A

Motiviert durch das Ergebnis von der Sonnenmessung und danach auch einer erfolgreichen Mondmessung, beschlossen wir ein schwächeres und damit interessanteres Objekt als den Mond und der Sonne, die bei 10,4 GHz mit Abstand die stärksten von der Erde aus messbaren Radioquellen sind, zu messen. Andere Quellen bei 10 GHz findet man in Abb. 7.3.1.

Objekt	Alternativ	Flussdichte [Jy] für 10 GHz	Entfernung [m]	Elevationswinkel in Südrichtung am Astropeiler	Scheinbare Größe
Sonne		3000000	1,5·10 ¹¹	17° - 63°	0,5°
Mond		42000	3,8·10 ⁵	variert stark	0,5°
Krebsnebel	3c144, M1	518	5,9·10 ¹⁹	61,28°	0,04°
NGC 1952					
Cassiopeia A	3c461	372,9	1,0·10 ²⁰	99°	0,083°
Omeganebel	M17	345,2	5,2·10 ¹⁹	23,3°	0.183°
NGC 6618					
Orion A	M42, M43	314,6	1,3·10 ¹⁹	34,12°	1.41°
Cygnus A	3c405	132	7,1·10 ²⁴	80,4°	0,15°
Sagittarius A		100	2,5·10 ²⁰	10,5°	0.04°
Jupiter		70	7,8·10 ⁸	variert	0,01°
Andromedagalaxie	M31	60	2,4·10 ²²	80,75°	PQ
3c273		37,1	2,3·10 ²⁵	40°	-

Virgo A Galaxie	3c374, M87	38,5	5,1·10 ²³	51,75°	0.11 °
NGC 4486					

Abb. 7.3.1 Die stärksten Radioquellen bei einer Frequenz von 10 GHz mit absteigendem Flussdichtenwert.

Quelle: Herr H. G. Thum

Einer der nächst stärksten Radioquellen ist Orion A oder M42, der ein Nebel im Sternbild des Orion ist und in einer Entfernung von 1350 Lichtjahren liegt. Die Flussdichte von Orion A ist wesentlich niedriger als die des Mondes (Abb. 7.2.1). Sie liegt bei ungefähr 314 Jansky. Das ist 0,1 Promille von dem Signal der Sonne, also eine sehr schwache Quelle. Das Ergebnis ist in Abb. 7.3.2 dargestellt.

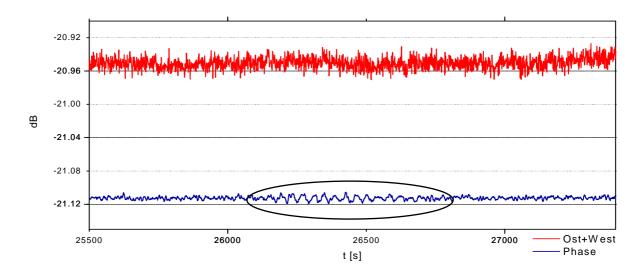


Abb. 7.3.2 Orion A Messung vom 26.12.13. Rot stellt die Ost+West Kurve dar. Blau ist die Phasenkurve. Die X-Achse ist die Messzeit in Sekunden. Die Y-Achse ist das Leistungsverhältnis in dB. Der schwarze Umriss ist hineingefügt.

Da Orion A mitten in der Nacht die Südrichtung passiert, konnten wir nicht während der Aufzeichnung dabei sein. Wir stellten das Interferometer auf die erforderliche Elevation und liessen die Messung über zwei Tage laufen. Auf den ersten blick fanden wir in den Messergebnissen nichts, was auf Orion A hindeuten könnte. Jetzt mussten wir von den 24 Stunden den ungefähren Zeitpunkt suchen, indem das Interferometer Orion A hätte registrieren müssen. Auch da war nichts zu sehen. Nach mühseliger Inspektion des gesamten in Frage kommenden Bereichs fanden wir den in Abb. 7.3.2 dargestellten Bereich. In der Ost+West Kurve kann man weder Fingerspitzen noch einen wirklichen Anstieg erkennen. Aber wie bereits beschrieben, deutet auch die Phasen Kurve auf Interferenz hin. Bei näherer Betrachtung kann man in ihr eine deutliche Schwingung erkennen. Das bedeutet, dass unser Interferometer eine Radioquelle registriert hat und auch Interferenzen aufgetreten sind. Diese Messung verdeutlicht nochmal den Vorteil eines Interferometers, hätten wir nämlich nur eine Antenne, würden wir nur Rauschen, wie in der Ost+West Kurve dargestellt, sehen, aber dadurch, dass eben Interferenzen auftretten, können wir mit zusätzlichen Methoden, wie der der Phasenmessung eine Genauigkeitssteigerung erzielen, auch gegegnüber der gewöhnlichen Methode des reinen Kombinierens der beiden Signale.

Anhand von Orion A wird auch zusätzlich deutlich, was es bedeutet, dass wir Interferenzen aufgezeichnen, denn Orion A ist $\approx 1.3 \cdot 10^{19} m$ weit weg. Wenn nun, sich auf Grund der Erddrehung, die Wegdifferenz der Wellen 0.028m beträgt, sprich der eine Strecke um 2,8cm länger ist als die andere, tritt bei uns eine Phasenverschiebung ein, die wir mit unserem Interferometer registrieren können.

8. Fourier-Analyse

8.1 Schnelle Fourier-Transformation am Beispiel von Orion A

In der Messung von Orion A kann man die Schwingungen in der Phasenkurve deutlich sehen. Es ist jedoch mühselig optisch im Rauschen nach Schwingungen zu suchen, vor allem wenn manche Messungen über Tage oder gar Wochen laufen. Deswegen überlegten wir uns eine Methode, mit der wir die Suche beschleunigen

oder eventuell sogar automatisieren könnten. Wir kamen auf die sogenannte "Schnelle Fourier-Transformations Analyse" (FFT), ein mathematischer Algorithmus der aus dem Bereich der Fourier-Analyse kommt und mit der man ein Signal nach verschidenen Frequenzen analysieren kann. Die Idee ist also in verrauschten Signalen nach einer Struktur zu suchen.

Dieses Verfahren haben wir mit Hilfe eines Programms auf unsere Phasenmessung von Orion A angewandt. Durch das Verfahren beschränkt, kann man immer nur eine 2^n -Anzahl an Werten analysieren. Bei der Anwendung haben wir jedes mal 512 Werte analysiert, dann den zu analysierenden Bereich um 256 verschoben und wieder 512 Werte analysiert. Das wiederholten wir bis zum Ende der Messung. Das Ergebnis kann man in einer drei dimensionalen Grafik darstellen. Das berechnete Resultat der FFT-Analyse für Orion A, ist in Abb. 8.1 dargestellt.

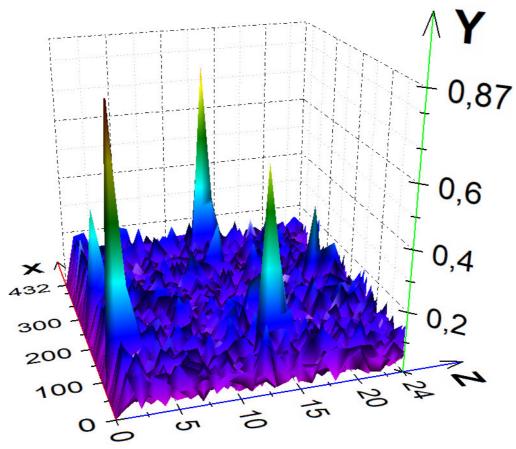


Abb 8.1 Die FFT-Analyse von der Phasenkurve der Orion A Messung vom 26.12.13.

Bei unseren FFT-3D-Diagrammen gibt die X-Achse die Zeit an, während die Z-Achse die die Frequenzen repräsentiert. Die Y-Achse gibt einen relativen Amplitudenwert wieder. In der Abb 8.1 kann man insgesamt drei große Peaks sehen. Der linke, der die X-Achse schneidet ist eine Störung und gehört nicht mit in die Auswertung. Die zwei Peaks rechts davon, die auf dem Z-Wert 13 liegen, sind die Regestrierungen von Orion A.

Um diese Darstellung verständlicher zu machen, stellt man sich vor, dass auf der X-Achse Messreihen dargestellt sind und zwar jeweils immer die Analyse von 512 Werten mit jeweils $X = 1,2,3 \dots \cdot 256$ s Schiebung. X = 67stellt in Wirklichkeit die Messzeit $67 \cdot 256 = 17152s$ dar. Daraus wird klarer wieso zwei Peaks zu sehen sind, nämlich weil dazwischen 24 Stunden liegen, bzw 337 Messreihen.

Zum besseren Verständnis der Z-Achse, muss man erst einmal die Erwartungswerte für diese Achse ausrechnen. In unserer Anlage hat ein Finger eine Winkelauflösung von $\approx 0.17^{\circ}$. Die Rechnung in Kapitel 5.2 war vereinfacht von einer Erdrotation von 24 Stunden ausgegangen. Für folgende Rechnungen wird bei extrasolaren Objekten die genauere Sternzeit benutzt, die 4 min kürzer ist als die Sonnenzeit. Das bedeutet bei einer Rotation von 1° pro 239s haben wir einen Abstand von $0.17^{\circ} \cdot 239s = 40.6s$ zwischen den Interferenzen.

Nach der Formel $f=\frac{1}{T}$ (f = Frequenz; T = Zeit), gilt für Objekte, die mit dieser Geschwindigkeit durch den Messbereich fliegen, $f=\frac{1}{40.6s}\approx 0.025Hz$. Um in die gesuchte Frequenz von der Z-Achse auszurechnen kann man folgende Formel benutzen: [6]

$$F_i = \frac{f_a^2}{n} \cdot t_i$$

 $(F_i = Fingerfrequenz; f_a = Abtastfrequenz; n = Anzahl an Werten, die pro Messung analysiert wurden; t_i = Messreihe)$

Die Abtastrate für unsere Versuche betrug 1Hz, da wir immer eine Messung pro Sekunde gemacht haben. Bei jeder Analyse betrug n = 512. Wenn wir die 13. Messreihe verwendet, auf der die Peaks von Orion A liegen, kann man folgende Frequenz berechnen:

$$F_i = \frac{1Hz^2}{512} \cdot 13 \approx 0,025 Hz$$

Diese Messreihe bei ≈13 bedeutet also umgerechnet 0,025Hz, welche die Frequenz von Objekten ist, die in Sternzeitgeschwindigkeit durch den Messbereich unseres Interferometers fliegen. Wenn wir also wir nach Objekten in der FFT-Analyse suchen, müssen sie ungefähr die Z-Koordinate von 13 haben.

Dies gilt aber nur für Objekte die sich bei einer Deklination von 0° befinden, also auf dem Himmelsäquator. Dies ist uns aufgefallen als wir Sagittarius A suchten. Dort ist das Signal bei Z= 11,4 zu finden. Sagittarius A hat eine Dec von -29°. Es gilt folgender Zusammenhang: Je weiter das Objekt vom 0° umso tiefer wird die Frequenz, dies ändert sich mit folgender Gleichung:

$$F = F_i \cdot \cos(\delta)$$

 $(F = Frequenz, F_i = Fingerfrequenz, \delta = Deklinationswinkel)$

Am Beispiel von Sagittarius A wäre die Rechnung:

$$F = 0.025Hz \cdot \cos 29 = 0.025 Hz \cdot 0.875 = 0.022Hz$$

Die reelle Fingerfrequenz wäre also für Sagittarius A 0,022Hz. Diese Rechnung kann man allerdings für viele von uns gemessenen Objekte vernachlässigen, da, außer in diesem Extremfall, die Objekte sich deutlich näher am Himmelsäquator befinden.

Der Vorteil der FFT-Analyse ist eine Ortsbestimmung von gemessenen Quellen, da wir durch die X-Achse ausrechnen können wieviel Zeit seit dem Start vergangen ist, den Ort unseres Interferometers kennen, sowie den Elevationswinkel, den wir eingestellt haben. Das bedeutet, wir können mit der Phasenmessung, kombiniert mit der FFT-Analyse, immer noch eine Ortsbestimmung bei Objekten mit geringer Flussdichte durchführen, ohne dabei auf die Fingerstruktur angewiesen zu sein.

8.2 Weitere Ergebnisse unseres Inteferometers

Mit Hilfe der FFT-Analyse konnten wir noch mehrere andere Objekte nachweisen. Dazu muss man immer Analysen von mehreren Tagen betrachten und nur wenn immer nach ungefähr 337 Messreihen ein Ausschlag an der selben Stelle zu sehen ist, handelt es sich um die kosmische Radioquelle, die wir angepeilt haben. Ausnahmen davon sind solare Objekte, da sich dort der Winkel von Tag zu Tag ändert, was bei extrasolaren Objekten nicht der Fall ist. Folgend sind Objekte, die wir eindeutig nachweisen konnten.

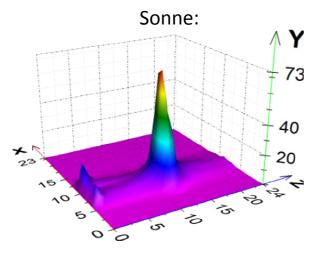


Abb. 8.2.1 FFT-Analyse der Sonnenmessung vom 26.12.13. Wie in Kapitel 7.1 beschrieben, ist auch in der FFT-Analyse ein sehr eindeutiges Signal auf der Kennlinie Z (\approx 13) erkennbar.

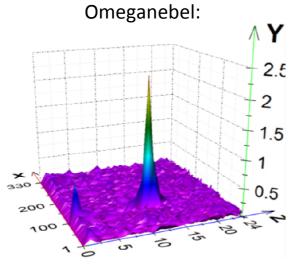
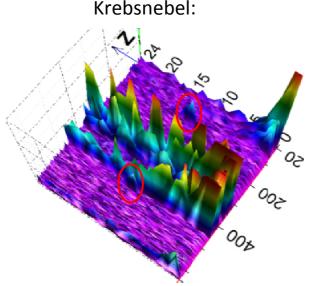


Abb. 8.2.3 FFT-Analyse der Messung des Omeganebels (M17) vom 02.01.14. Es sind wenig Störungen aufgetreten, bis auf schwachen Funkverkehr.



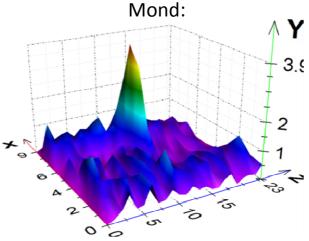


Abb. 8.2.2 FFT-Analyse der Mondmessung vom 04.01.14. Es ist ein sehr eindeutiger Peak auf der 13. Kennlinie sichtbar. Bei dieser Messung waren die Finger in der Ost+West Kurve nicht mehr so gut zu erkennen.

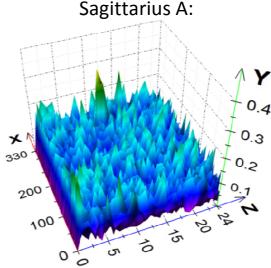


Abb. 8.2.4 Oben: FFT-Analyse der Messung von Sagittarius A, eine Quelle von Radiostrahlung im Zentrum der Milchstraße, vom 02.01.14. Die erfolgreiche Registrirung hat mehre Versuche benötigt, da der Elevationswinkel sehr niedrig bei 10,55° liegt und beim langen Weg durch die Atmosphäre die Radiostrahlung beeinflusst werden kann. Dadurch erhält man einen anderen Richtungswinkel. Der Wasserdampfanteil in der Atmosphäre schwankt, was unterschiedliche Dämpfungswerte ergibt.

Abb. 8.2.5 Links: FFT-Analyse der Messung vom Krebsnebel (M1) am 02.01.2014. Rot gekennzeichnet ist der Krebsnebel. Die X-Achse ist durch die Beschriftung 20 - 400 gekennzeichnet. Die Y-Achse zeigt aus der Grafik heraus. Beispiel einer in der Mitte gestörten Messung; trotzdem ist der Nachweis gelungen, da im Abstand von genau einem Tag die Peaks sich wiederholen.

9. Ausblick

Momentan beschäftigen wir uns mit dem Nachweis von weiteren Radioquellen, vor allem den weniger bekannten. Dies bezüglich haben wir z.B. vor einigen Tagen den W51 Nebel über mehrere Tage registriert.

Da es aufwendig ist, zu jeder neuen Einstellung auf den Stockert zu fahren, haben wir uns vorgenommen, eine Steuerung über das Internet zu bauen. Zusätzlich zu der Steuerung denken wir noch an eine Datenabfrage über das Internet, ebenso wie an die Veröffentlichung und allgemeine Zugänglichkeit der Messergebnisse.

Damit müsste man bei Langzeitmessungen über Tage oder vielleicht sogar Wochen nicht anwesend sein um Änderungen am Versuchsaufbau, also der Neigung der Schüsseln vorzunehmen. Es ermöglichte auch Schülergruppen von der Schule aus zu messen, ohne zum abgelegenen Stockert zu fahren. Unser Angebot könnte auch über die Region hinaus genutzt werden, vielleicht sogar deutschlandweit. Eine Nutzung müsste lediglich abgesprochen und angemeldet werden.

Zusätzlich dazu überlegen wir mit Hilfe des großen Radiointerferometers unsere eigene Radioquellenkarte bei 10 GHz zu erstellen. Dazu würden wir ein Programm schreiben, dass den Winkel des Interferometers Tag für Tag ändert, um schlißlich den kompletten Firmament abzudecken.

10. Danksagung

An dieser Stelle möchten wir uns bei den zahlreichen Menschen bedanken, die uns bei diesem Projekt unterstützt haben und uns die Projektdurchführung erst ermöglicht haben.

Als erstes danken wir Hrn. Thum, der uns bei dem Projekt kontinuierlich unterstützt hat und uns jeder Zeit zu Rate stand. Wir danken ihm für die Unterstützung bei der Planung und Durchführung der Versuche. Wir bedanken uns auch für die wissenschaftliche Betreuung und für die Diskussion der Ergebnisse.

Hrn. Stein danken wir für das Motivieren und seine intensive Betreuung während des gesamten Projekts.

Weiterhin bedanken wir uns bei Hrn. Bazzazi, der uns bei vielen handwerklichen Arbeiten eine sehr große Hilfe war.

Wir danken zudem allen anderen Mitgliedern des Fördervereins Astropeiler Stockert e.V. für ihre Hilfsbereitschaft beim Aufbau des Interferometers.

11. Quellen

- [1]. "Das Radiouniversum" von J.S. Hey, vom Wiley-VCH Verlag (November 1984) ISBN-10: 352725563X
- [2]. "Modell eines Radiointerferometers" von Matthias Schäfers, Adrian Lenkeit, Schüler Experimentieren 2013
- [3]. http://www.radioastrolab.it/en/radio-astronomy/radio-interferometry
- [4]. http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/10GHz/basics.html
- [5]. "Radio Astronomy Experiments at 4 GHz" von Ken Tapping
- [6]. http://www.cbcity.de/fft-mit-excel-dft-antialiasing-tutorial-amplitudenspektrum

Verwendete Programme:

- [7]. Objektsuche: Cartes du Ciel: http://www.ap-i.net/skychart/en/start
- [8]. Messungen: ADX-24: http://www.ap-i.net/skychart/en/start
- [9]. Datenverarbeitung und Darstellung: OriginPro7 SR2 v.7.0383: http://www.originlab.de/
- [10]. Datenverarbeitung und Darstellung: Microsoft Excel: http://office.microsoft.com/de-de/excel/
- [11]. Datendarstellung: Chart3D: http://mujweb.cz/profipohanka/Chart3D_en.html
- [12]. Datenverarbeitung: Matlab: www.mathworks.de/products/matlab/;